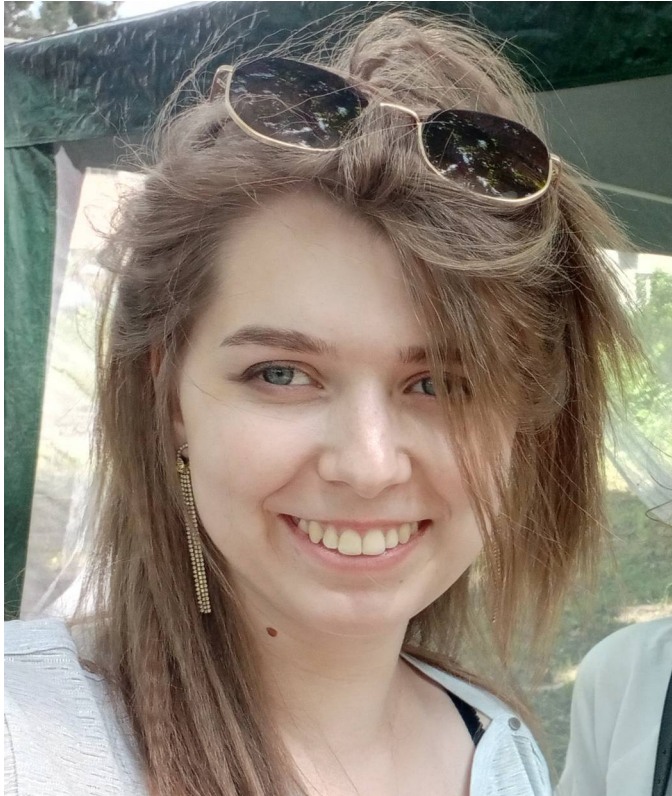




Навчання на основі ГОЛОВОЛОМОК

Катерина Антошина

- аспірантка ІМ НАН України
 - викладачка в Київській школі економіки
 - методистка лабораторії математичних наук НЦ «Мала академія наук України»
-
- 5 років досвіду роботи в позашкільлі
 - 3 роки досвіду проведення спецкурсів для педагогів
 - під грифом МОН виданий 1 посібник, 2 позашкільні програми
 - схвалено і прийнято до друку ще 3 посібники у 2025 році

Одвічне питання

Де моїй дитині
знадобляться ваші
рівняння?

У кого була життєва ситуація
«терміново треба знайти тангенс
подвійного кута»?

Я живу без похідних і
нормально себе почуваю.

Я бухгалтер з 20-річним стажем,
і мені ніколи не доводилось
шукати об'єм зрізаної піраміди.
Не мучте мою дитину!

Чи сварилися ви з близькими
через неправильний запис
рівняння прямої?

Наші аргументи

Математика – тренажер для мозку.

Як гантелі – тренажер для м'язів.

У вас ніколи не буде ситуації в житті, де треба 20 разів підняти гантелі. Але сильні руки будуть перевагою, якщо потрібно щось підняти, потримати тощо.

Наші аргументи

Математика – тренажер для мозку.
Як гантелі – тренажер для м'язів.
У вас ніколи не буде ситуації в житті, де треба 20 разів підняти гантелі. Але сильні руки будуть перевагою, якщо потрібно щось підняти, потримати тощо.

Що чує МОН

Компетентнісний підхід!

Наші страхи

Так діти не будуть вміти розв'язувати задачі!

Наші страхи

Так діти не будуть вміти розв'язувати задачі!

Що каже МОН

Важливо не розв'язувати задачі, а застосовувати знання в життєвих ситуаціях: у магазині, в автомобілі, читаючи новини. Учень має вміти аргументувати і робити висновки, читати і аналізувати графіки і діаграми тощо.

Ключова проблема при вивченні математики

— нерозуміння означень!

Важко шукати корінь рівняння, якщо ти не розумієш, що це.

Важко відрізнити периметр від площі, якщо ти не усвідомлюєш, про що йдеться.

Важко написати рівняння прямої через дві точки, якщо ти не розумієш, що це за дивні дробби.

Ключова проблема при вивченні математики

— нерозуміння означень!

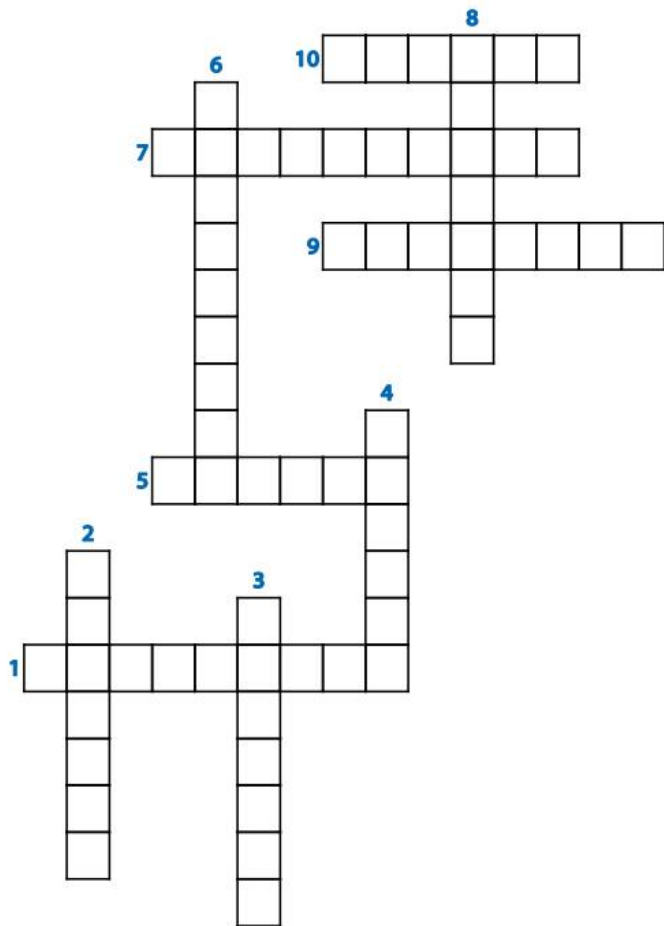
Важко шукати корінь рівняння, якщо ти не розумієш, що це.

Важко відрізнити периметр від площі, якщо ти не усвідомлюєш, про що йдеться.

Важко написати рівняння прямої через дві точки, якщо ти не розумієш, що це за дивні дробки.

І тут на допомогу приходять ВОНИ:

Кросворди!



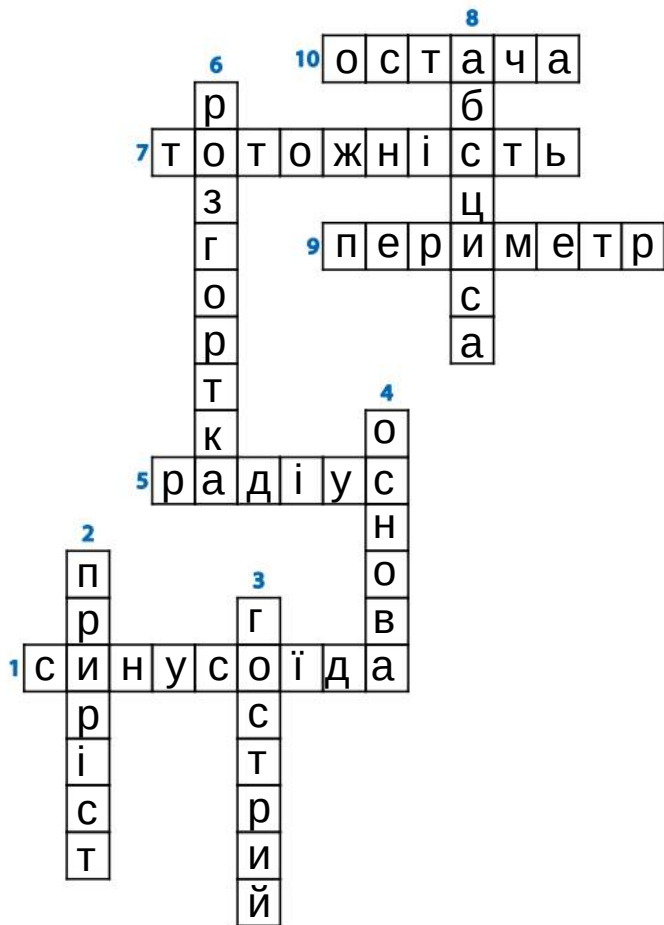
По горизонталі:

1. Графік функції, що на певному проміжку дорівнює відношенню катета до гіпотенузи.
5. Половина діаметра.
7. Рівність, що дійсна за будь-яких числових значень змінних, які входять до неї.
9. Сума довжин сторін багатокутника.
10. Із нею ділення можливе завжди.

По вертикалі:

2. Різниця значень функції у двох точках.
3. Яким є кут, градусна міра якого становить менше 90° .
4. Число, яке пишеться як індекс логарифма.
6. Плaska фігура, склеївши яку по сторонах, можна отримати заданий тривимірний об'єкт.
8. Координата, яку прийнято називати x .

Кросворди!



По горизонталі:

1. Графік функції, що на певному проміжку дорівнює відношенню катета до гіпотенузи.
5. Половина діаметра.
7. Рівність, що дійсна за будь-яких числових значень змінних, які входять до неї.
9. Сума довжин сторін багатокутника.
10. Із нею ділення можливе завжди.

По вертикалі:

2. Різниця значень функції у двох точках.
3. Яким є кут, градусна міра якого становить менше 90°.
4. Число, яке пишеться як індекс логарифма.
6. Плоска фігура, склеївши яку по сторонах, можна отримати заданий тривимірний об'єкт.
8. Координата, яку прийнято називати x.



Мовні



Генератор «Кросворд»

Кросворд – це гра-головоломка, яка чудово тренує увагу та пам'ять, допомагає виховати дитину-інтелектуала. Даний генератор допоможе створити кросворди на будь-яку тематику різного рівня складності, що відповідатимуть віковим особливостям дитини, її інтересам. Завдання може бути використане для перевірки знань з конкретного предмету чи теми, а ігровий характер виконання завдання допоможе знизити рівень тривожності у дитини, подарувати їй позитивні емоції. Щоб скласти авторський кросворд, треба записати у відповідних полях генератора слова кросворда та подати їх опис. Кількість слів у кожному кросворді не має бути більше 20. Завдання сприятиме збагаченню словникового запасу, актуалізації набутих знань.

ПОПЕРЕДНІЙ ПЕРЕГЛЯД:



НАЗВА КРОСВОРДУ:

На лекцію

Додайте слова та відповідно їх опис, по одному на рядок, не більше 20 слів:

СЛОВА:

гострий
радіус
периметр
основа
остача
синусоїда
тотожність
розгортка
абсциса
приріст

ОПИС СЛІВ:

яким є кут, градусна міра якого становить менше 90°
половина діаметра
сума довжин сторін багатокутника
число, яке пишеться як індекс логарифма
з нею ділення можливе завжди
графік функції, що на певному проміжку дорівнює в
рівність, що дійсна за будь-яких числових значень з
пласка фігура, склеївши яку по сторонах, можна отр
координата, яку прийнято називати x
різниця значень функції у двох точках

☒ Додати лист з відповідями

☐ Ім'я та прізвище

СФОРМУВАТИ



ЗАВАНТАЖИТИ

Як це зробити:

- пишете в гугл «розвиток дитини генератор кросвордів»,
- переходите за першим посиланням

Для будь-якої вікової категорії школярів.

Приклад застосування: на уроці були дані нові означення, наприкінці уроку ділите учнів на команди, даєте кросворд. Можна включити терміни і з минулих уроків.

Безпосереднє використання ГОЛОВОЛОМОК

Ще одне важливе усвідомлення – математика, фізика, точні науки потребують більшої кількості уваги учнів, ніж інші предмети. Тому, в умовах, коли будь-який додаток на телефоні може моментально заволодіти увагою нашого учня, нашим головним конкурентом є – телефон.

Безпосереднє використання ГОЛОВОЛОМОК

Ще одне важливе усвідомлення – математика, фізика, точні науки потребують більшої кількості уваги учнів, ніж інші предмети. Тому, в умовах, коли будь-який додаток на телефоні може моментально заволодіти увагою нашого учня, нашим головним конкурентом є – телефон.

Рішення

Перемикання.

Що це може бути

Активне впровадження головоломок у формі:

- 5-10-хвилинних розминок на початку уроку,
- 5-10-хвилинних змагань посередині або в кінці уроку,
- інтегрованих уроків,
- домашнього завдання.

Пасивне впровадження головоломок:

- покласти в кутку в кабінеті на окремому столику: шахи, танграм, шифри, дерев'яні головоломки.

Розминка: гра « $\frac{2}{3}$ середнього»

Матеріали: не клейкі квадратні папірці.

Ви пояснюєте, що буде відбуватися:

- кожен із учнів напише ціле число від 1 до 100;
- Ви зберете всі написані числа, і порахуєте середнє арифметичне, припустимо, воно вийде M ;
- перемагає той, хто написав число, найближче до $\frac{2}{3} M$.

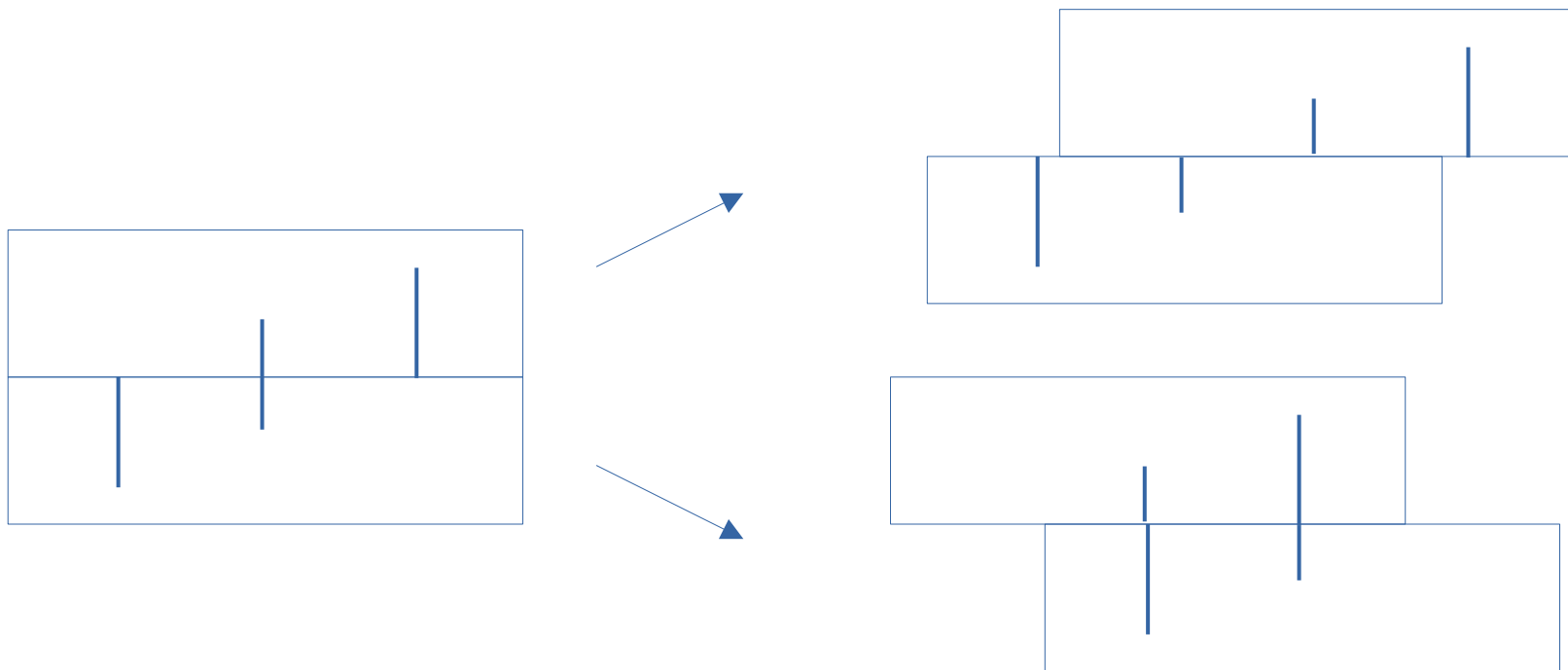
Для 5-го класу можна
почати з просто середнього
арифметичного

Учні мають вислухати і зрозуміти правила, і можна проводити гру.

5 клас: середнє арифметичне,
дроби.

Інші класи: повторення про
середнє арифметичне, дробі.

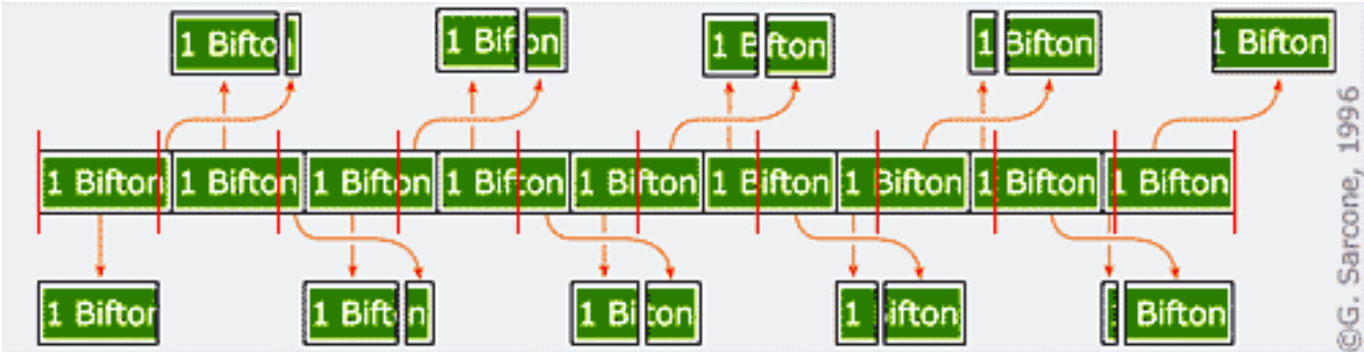
Розминка: магічні картинки



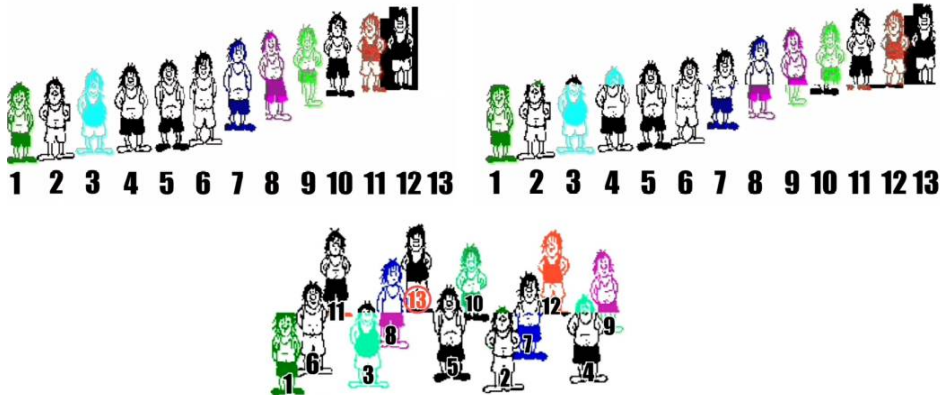
5 клас: дробы.

Інші класи: повторення про дробы.

Більше 500 років тому фахівці з підробки придумали спосіб отримати з 9 купюр 10!



Якщо, умовно, поставити ці купюри в ряд так, щоб червоні лінії розрізу вишикувалися в одну лінію, якраз і одержиться лінійна головоломка на зникнення.



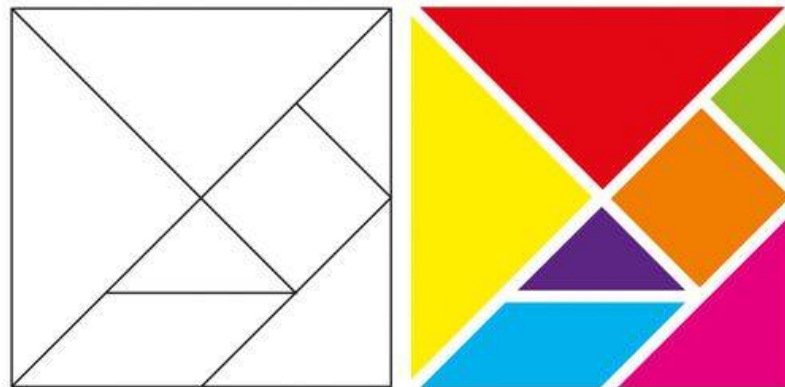
відео:



Змагання: танграм і кути

Індивідуальне змагання. У фігур з набору зустрічаються лише кути 90° та 45° . Задача учнів: за допомогою фігур побудувати кути 135° , 270° , 315° , 60° , 30° , 120° . Побудувавши кожен із кутів, учень фотографує його на телефон. Хто перший впорається з усіма завданнями, піднімає руку, ви фіксуєте переможця.

Матеріали: ножиці, кожен виготовляє собі набір «танграм» (або ви приносите роздруковані заготовки), в ідеалі – кольоровий.



7 клас: кути, градусна міра.

Інтегрований урок — технології

Ділимо клас на команди, кожній команді даємо готовий екземпляр тетраедра і куба. Перше завдання: зрозуміти, як тетраедр поміщається в куб. Кожна команда тягне папірець із числом — це довжина сторони куба, який вони будуть робити.

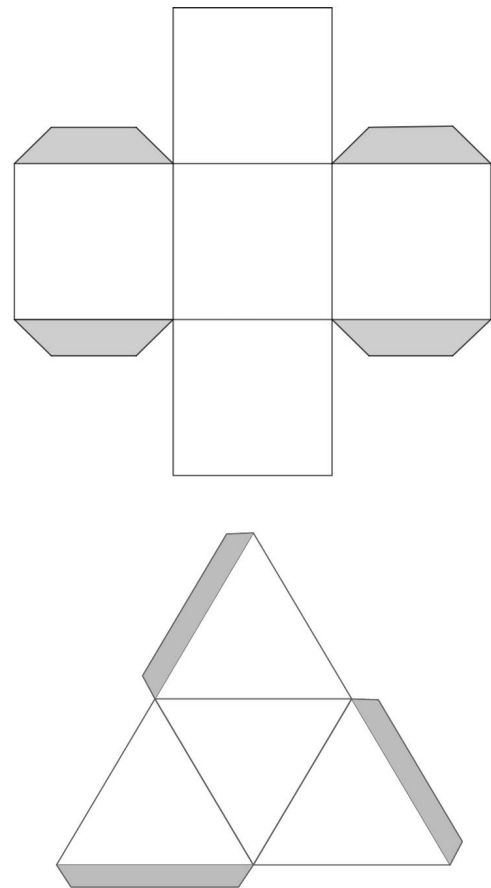
8 клас: теорема Піфагора, квадратний корінь, ірраціональні числа, наближення.

5-6 класи: куб, піраміда, розгортка.

Матеріали: лінійки, олівці, ножиці, клей.

Задача: накресліть розгортку куба без однієї грані. Обчисліть, якою має бути сторона тетраедра, щоб його можна було помістити в куб. Зробіть розгортку тетраедра, складіть куб і тетраедр, помістіть тетраедр в куб.

11 клас: об'єм тетраедра, перерізи.



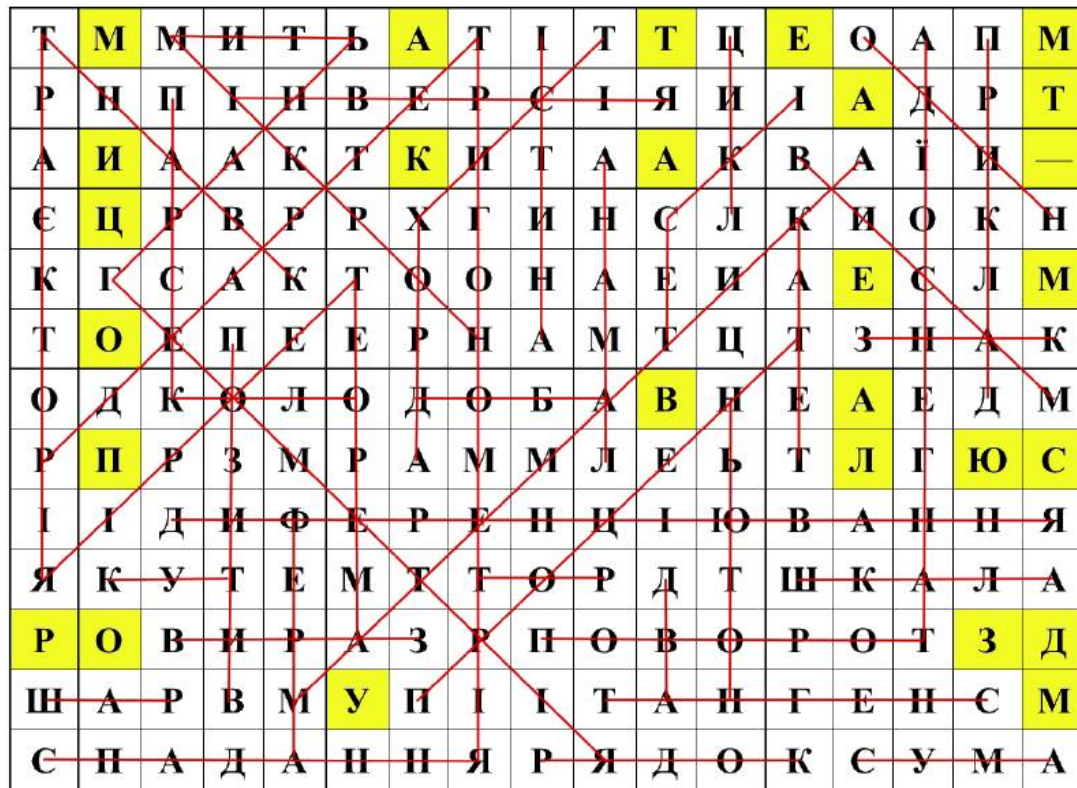
Домашнє завдання: кросворд

Знайдіть у сітці математичні/фізичні терміни та запишіть у зошит їхні визначення.

Т	М	М	И	Т	Ь	А	Т	І	Т	Т	Ц	Е	О	А	П	М
Р	Н	П	І	Н	В	Е	Р	С	І	Я	И	І	А	Д	Р	Т
А	И	А	А	К	Т	К	И	Т	А	А	К	В	А	Ї	И	—
Є	Ц	Р	В	Р	Р	Х	Г	И	Н	С	Л	К	И	О	К	Н
К	Г	С	А	К	Т	О	О	Н	А	Е	И	А	Е	С	Л	М
Т	О	Е	П	Е	Е	Р	Н	А	М	Т	Ц	Т	З	Н	А	К
О	Д	К	О	Л	О	Д	О	Б	А	В	Н	Е	А	Е	Д	М
Р	П	Р	З	М	Р	А	М	М	Л	Е	Ь	Т	Л	Г	Ю	С
І	І	Д	И	Ф	Е	Р	Е	Н	Ц	І	Ю	В	А	Н	Н	Я
Я	К	У	Т	Е	М	Т	Т	О	Р	Д	Т	Ш	К	А	Л	А
Р	О	В	И	Р	А	З	Р	П	О	В	О	Р	О	Т	З	Д
Ш	А	Р	В	М	У	П	І	І	Т	А	Н	Г	Е	Н	С	М
С	П	А	Д	А	Н	Н	Я	Р	Я	Д	О	К	С	У	М	А

Домашнє завдання: кросворд

Знайдіть у сітці
математичні/фізичні терміни
та запишіть у зошит їхні
визначення.



Суперактивне впровадження

УДК 37.01
Т35

«Схвалено для використання в освітньому процесі»

*Рішення експертної комісії з позашкільної освіти від 13.12.2023
(протокол № 4)*

*Зареєстровано у Каталозі надання грифів навчальній літературі
та навчальним програмам за № 8.0088-2023*

Автори:

Терлецька Катерина Валеріївна — завідувачка лабораторії математичних наук НЦ «МАНУ», старша наукова співробітниця Інституту проблем математичних машин і систем Національної академії наук України, докторка фізико-математичних наук;

Антошина Катерина Олегівна — методистка лабораторії математичних наук НЦ «МАНУ»



72 академ. години
або рік роботи гуртка

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ЦЕНТР «МАЛА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ»

Терлецька Катерина
Антошина Катерина

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
З ПОЗАШКІЛЬНОЇ ОСВІТИ

Нестандартні завдання і головоломки

Дослідницько-
експериментальний напрям

Початковий рівень

1 рік
навчання

Київ
Національний центр
«Мала академія наук України»
2024

A8'

1. Вступ (2 год)

Теоретична частина. Мета і завдання роботи гуртка. План роботи гуртка на навчальний рік.

Практична частина. Ігри: «Угадати 2/3 середнього», «Найменше унікальне натуральне число», «Слова». Аналіз результатів ігор.

2. Головоломки (2 год)

Теоретична частина. Головоломки. Хронологічний опис історії головоломок.

Типи головоломок. Класифікація головоломок за способом взаємодії. Видатні люди у світі головоломок.

Практична частина. Розв'язування головоломок з історичних джерел.



Рис. 1. Селянин має перевезти вовка, козу і капусту на інший берег

Задача:

З одного берега річки на інший селянин має перевезти човном вовка, козу і капусту. Але за умови, що в човні може бути човняр і один пасажир. Та є ще одне обмеження – на березі одночасно не можна залишати вовка і козу, козу і капусту. Можна робити скільки завгодно рейсів.

Питання:

Як переправити всіх без ушкоджень?

3. Ребуси. Кросворди. Друдли (3 год)

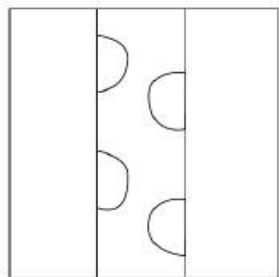
Теоретична частина. Ребуси. Історія ребусів. Принципи розв'язання ребусів.

Кросворди. Коротка історія кросвордів.

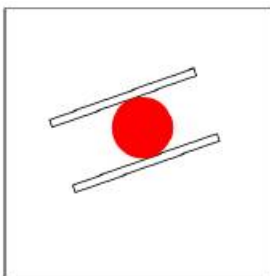
Друдли.

Практична частина. Командна робота з розгадування ребусів і кросвордів.

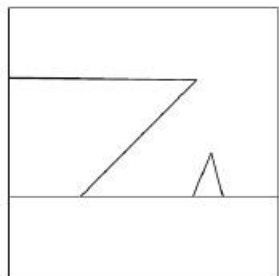
Створення друдлів. Конкурс друдлів.



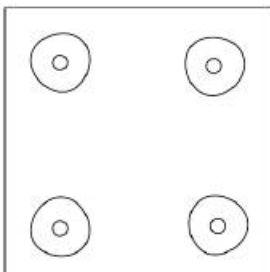
Ведмідь,
що лізе на дерево



1. Сендвіч із помідором
2. Вишенька, яку взяли паличками
3. У літери Н болить живіт



Корабель прибув занадто
пізно, щоб рятувати відьму,
що тоне



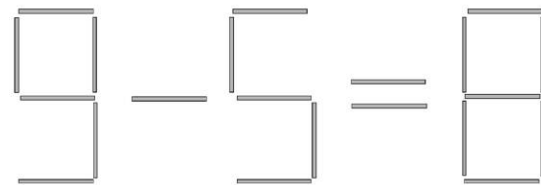
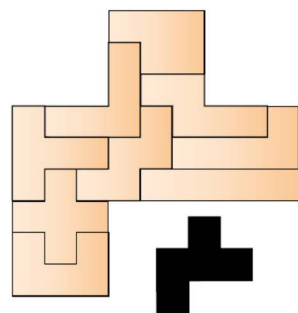
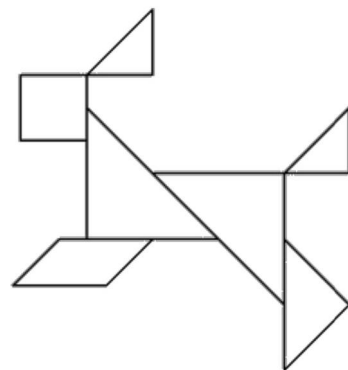
Три мушкетери
та д'Артат'ян

4. Пазли, танграм, пентаміно, стомахіон. Головоломок із сірниками (4 год)

Теоретична частина. Історія пазлів, танграма, пентаміно, стомахіону. Підходи до їх створення та розв'язання.

Вимірювання параметрів і спроби узагальнення елементів головоломок. Головоломок із сірниками, їх історія, принципи розв'язання.

Практична частина. Складання головоломок. Дослідження геометрії отриманих фігур. Створення власних пазлів, силуетів для головоломок, таких як танграм, пентаміно, стомахіон. Конкурс зі складання головоломок із сірниками.



5. Розпізнавання закономірностей (3 год)

Теоретична частина. Закономірності. Закономірності в житті. Хибні закономірності.

Головоломок на знаходження закономірностей.

Практична частина. Розв'язання головоломок на знаходження закономірностей. Мініолімпіада з розв'язання головоломок на знаходження закономірностей. Складання головоломок.



6. Загадки «так — ні» (3 год)

Теоретична частина. Загадки «так — ні». Основні прийоми для їх розгадування.

Правила постановки запитань і відповідей.

Причинно-наслідкові зв'язки з отриманої інформації.

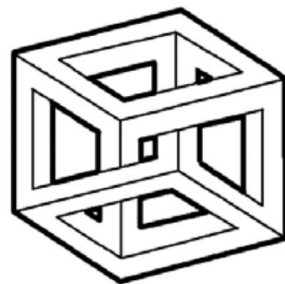
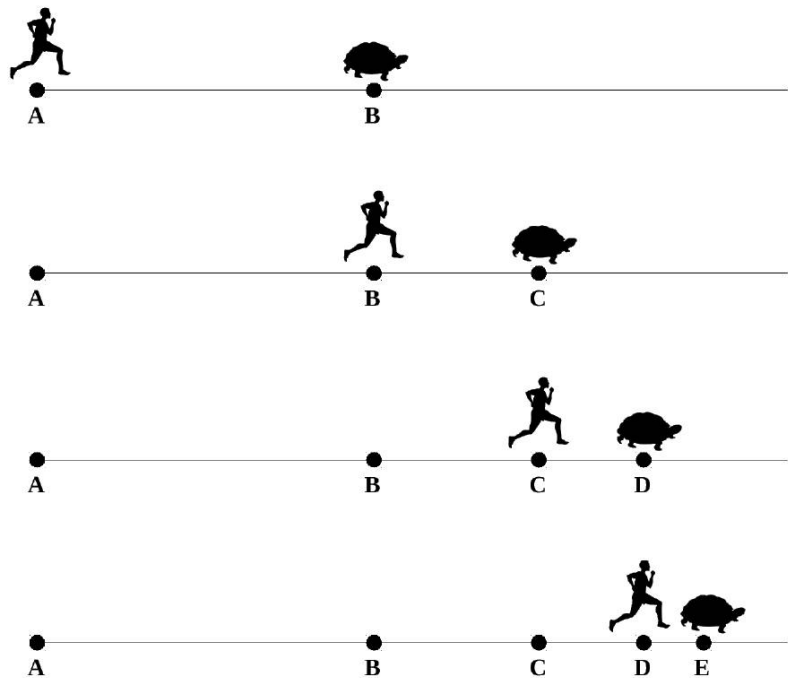
Практична частина. Гра «так — ні». Відпрацювання правил постановки запитань і відповідей. Виконання завдань на побудову причинно-наслідкових зв'язків з отриманої інформації.

7. Парадокси як головоломки. Ілюзії та неможливі фігури (3 год)

Теоретична частина. Парадокси. Апорії Зенона, парадокс Рассела, парадокс Тесея. Історія ілюзій і неможливих фігур.

Практична частина. Дискусія. Виявлення в навколишньому світі прикладів парадоксів Рассела й Тесея, дихотомії Зенона.

Пошук суперечливих явищ навколо себе. Створення графічних ілюзій і неможливих фігур.



8. Математичні головоломки. Нестандартні задачі (3 год)

Теоретична частина. Три основні правила розв'язання математичних головоломок. Підходи до розв'язання нестандартних задач (на прикладі задач про середню швидкість, земний екватор, каву з молоком).

Практична частина. Розв'язання популярних нестандартних задач про лотоси, сходи, вирубування лісів, день народження Шеріл тощо.

Правило 1.

Зрозуміти головоломку, усі основні терміни та вирази, що використовуються для її визначення.

Правило 2.

Не надто покладатися на свою інтуїцію, бо обчислення – більш надійні.

Правило 3.

Побудувати модель головоломки, визначивши її змінні, їх межі та сформулювавши питання в термінах змінних моделі.

Задача:

Першу половину шляху автомобіль проїхав із середньою швидкістю 60 км/год, а другу зі швидкістю 40 км/год.

Питання:

Яка середня швидкість автомобіля на всьому шляху?

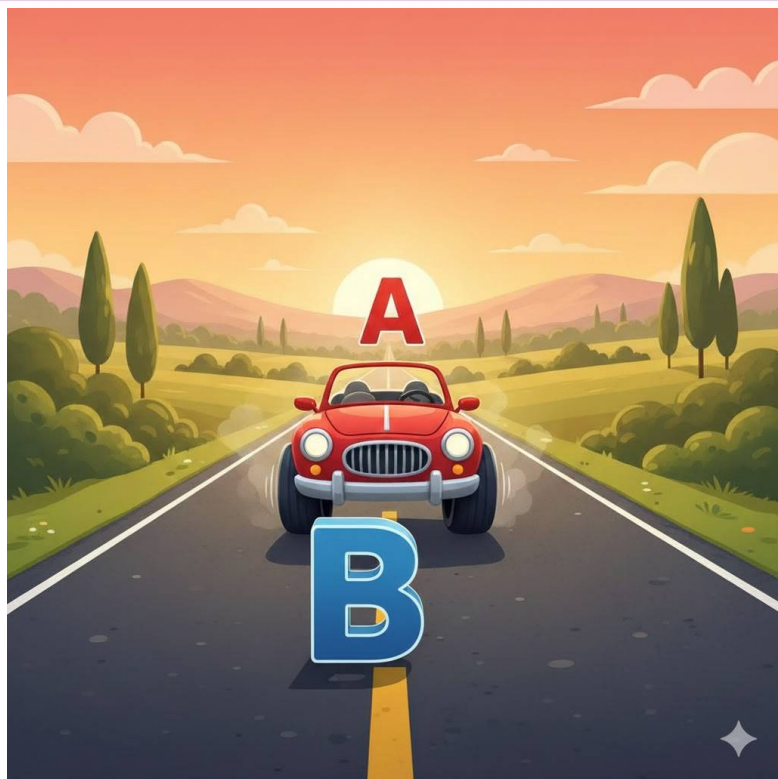


Задача:

Першу половину шляху автомобіль проїхав із середньою швидкістю 60 км/год, а другу зі швидкістю 40 км/год.

Питання:

Яка середня швидкість автомобіля на всьому шляху?



Спочатку учням може здатися, що відповідь (інтуїтивна, але не-правильна) 50 км/год. Вона з'являється з нерозуміння самого терміна «середня швидкість». Для розв'язання задачі насамперед маємо застосувати **правило 1** і впевнитись, що розуміємо всі терміни та поняття в задачі.

Середня швидкість – це відношення всієї пройденої відстані до всього затраченого часу. Проаналізуємо умову задачі. Першу половину шляху автомобіль проїхав зі швидкістю $v_1 = 60$ км/год та витратив час, що дорівнює $t_1 = \frac{0.5S}{v_1}$, та другу половину шляху зі швидкістю $v_2 = 40$ км/год, витративши час $t_2 = \frac{0.5S}{v_2}$. Тепер можемо обчислити швидкість:

$$v = \frac{S}{t_1 + t_2} = \frac{S}{\frac{0.5S}{v_1} + \frac{0.5S}{v_2}} = \frac{2 \times 60 \times 40}{40 + 60} = 48 \text{ км/год.}$$

Отже, правильна відповідь – 48 км/год, і вона вже є контрінтуїтивною.

Задача:

Уявіть собі, що наша планета має форму кулі. Подумки обв'яжемо її по екватору мотузкою і зафіксуємо довжину екватора. Додамо шматок мотузки довжиною 1 метр і подумки «розподілимо» мотузку так, щоб проміжок між нею та поверхнею Землі був однаковий по всій довжині.

Питання:

Чи може в цей проміжок пролізти миша?



Задача:

Уявіть собі, що наша планета має форму кулі. Подумки обв'яжемо її по екватору мотузкою і зафіксуємо довжину екватора. Додамо шматок мотузки довжиною 1 метр і подумки «розподілимо» мотузку так, щоб проміжок між нею та поверхнею Землі був однаковий по всій довжині.

Питання:

Чи може в цей проміжок пролізти миша?

Може здатися, що миша не зможе пролізти в такий малий проміжок. Тоді згадайте формулу довжини кола: $C = 2\pi R$, де C – це довжина екватора, а R – радіус Землі. За умовою задачі збільшимо довжину мотузки на 1 метр: $(C + 1)$. Це означає, що радіус R збільшився на невідому величину зазору x і тепер дорівнює $R + x$. Отже, отримується рівняння: $C + 1 = 2\pi(R + x)$.

Далі розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} C = 2\pi R \\ C + 1 = 2\pi(R + x) \end{cases} \Rightarrow 2\pi R + 1 = 2\pi R + 2\pi x \Rightarrow 1 = 2\pi x \Rightarrow x = \frac{1}{2\pi} \approx 0.159 \text{ м.}$$

Це контрінтуїтивно! Виявляється, що цей «зазор» становить більше 15 см. А це означає, що в нього пролізе не тільки миша, а й кішка! Тому не треба довіряти своїй інтуїції, лише прямі обчислення можуть дати правильну відповідь.



Домашнє завдання ВАМ!

Задача:

Є квадратний аркуш картону. З листа в кутах вирізають чотири квадрати і склеюють коробку сторонами, де робили вирізи.

Питання:

Яка має бути сторона вирізаного квадрата, щоб коробка мала найбільший об'єм?

9. «Лицарі і брехуни» (4 год)

Теоретична частина. Задачі типу «Лицарі і брехуни». Базові алгоритми та підходи до їх розв'язування.

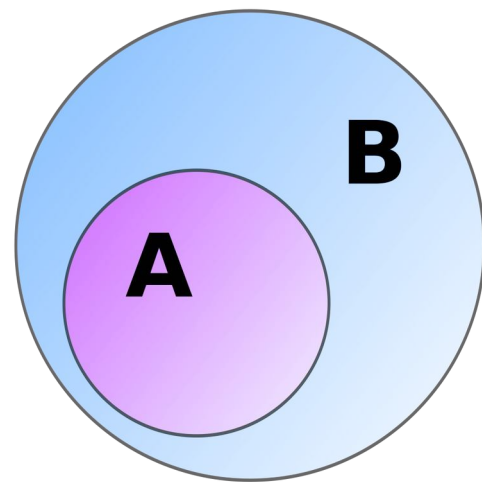
Формальний підхід до логіки. Приклади коректного логічного наслідку та побудови заперечень.

Правило *modus tollens* на діаграмі Ойлера.

Логіка й числення висловлювань. Інтерпретації висловлювань, таблиці істинності.

Практична частина. Розв'язування задач типу «Лицарі і брехуни». Мініолімпіада з розв'язування задач «Лицарі і брехуни».

Практика формалізації логічних висловлювань. Виконання завдань на побудову заперечень і складання таблиць істинності. Розв'язування задач «Лицарі і брехуни» за допомогою числення висловлювань.



10. Задачі на зважування та переливання (3 год)

Теоретична частина. Основні відомості про задачі на зважування та переливання. Базові алгоритми й підходи до їх розв'язання. Приклади задач на зважування та переливання.

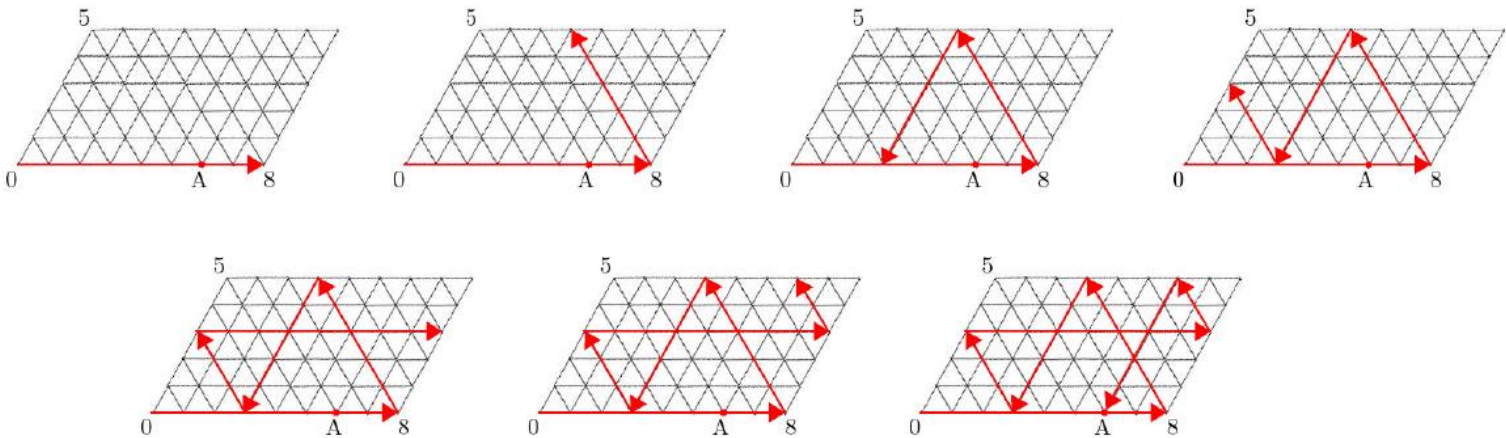
Практична частина. Розв'язування задач на зважування та переливання. Мініолімпіада з розв'язування задач на зважування та переливання.

Задача:

Ви маєте 12 л виноградного соку і хочете подарувати половину другому, але є лише дві порожні посудини: одна – на 8 л, інша – на 5 л.

Питання:

Як налити в більшу посудину 6 л виноградного соку?



11. Магічні квадрати. Судоку. Кен-кен
12. Числові ребуси з квадратиками. Криптарифми
13. Гра в 15
14. Кубик Рубіка
15. Теорія графів у головоломках
16. Шифри та коди
17. Математичні ігри
18. Пакування
19. Топологічні головоломки
20. Математичні парадокси. Математичні фокуси
21. Геометричні головоломки
22. Теорема Піфагора
23. Математика і мистецтво. Сангаку
24. Конкурси головоломок
25. Математичні квести
26. Математичні руханки
27. Підсумок

Посилання на програму:



ВИСНОВКИ

- Головні труднощі дітей у математиці пов'язані не з «нездатністю рахувати», а з нерозумінням означень і смислів.
- Увага стала дефіцитним ресурсом, і математика конкурує не з іншими предметами, а зі смартфоном.
- Головоломки — це не «розвага замість навчання», а інструмент:
 - осмислення означень,
 - тренування логіки,
 - розвитку стійкої уваги,
 - формування компетентностей через дію.

Навчання на основі головоломок — один із найефективніших шляхів зробити навчання змістовним і живим.

Терлецька К. В.,
Антошина К. О.

Навчання на основі ГОЛОВОЛОМОК

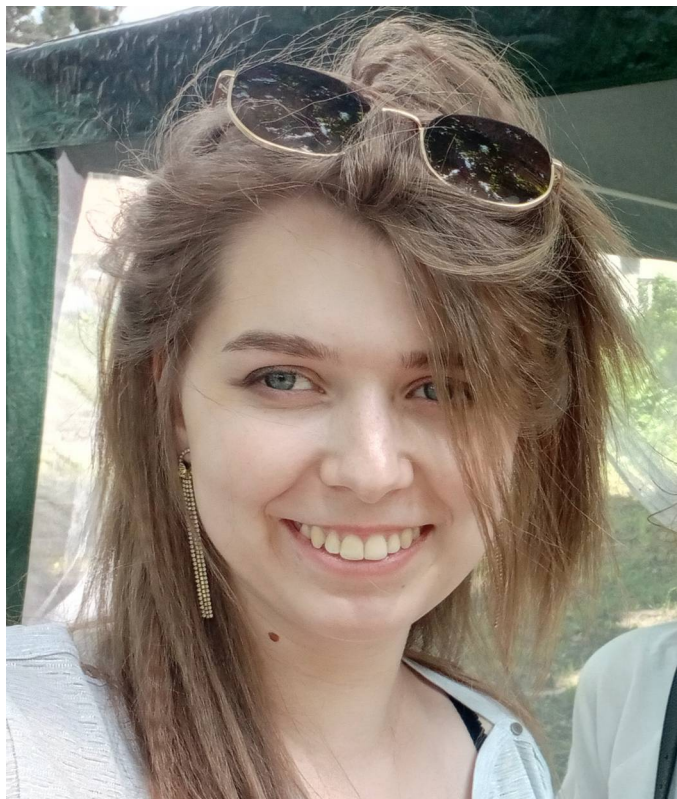
Навчально-методичний посібник

Київ
Національний центр
«Мала академія наук
України»
2023

Домашнє завдання:

- ознайомитися з посібником «Навчання на основі головоломок»
- обрати з посібника щонайменше 2 теми і реалізувати їх у своїх уроках





Катерина Антошина

Дякую за увагу!



Лабораторія математичних наук НЦ МАНУ

537 позначок «Подобається» • читачі: 691



телеграм-
група:



Katia Antoshyna

друзі: 599

