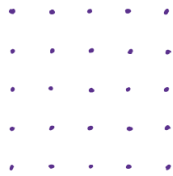


Базові методи підрахунків.

1. Скільки існує прямокутних трикутників, вершини яких є вершинами даного куба?
2. Скільки існує квадратів з вершинами в зображених точках?



3. Скількома способами можна прочитати ім'я Алла на рисунку? Можна починати з будь-якої літери А, рухаючись до наступної літери на один крок в будь-який бік по горизонталі, вертикалі чи діагоналі. Використовувати одну літеру двічі не можна.

А А А А
А Л Л А
А Л Л А
А А А А

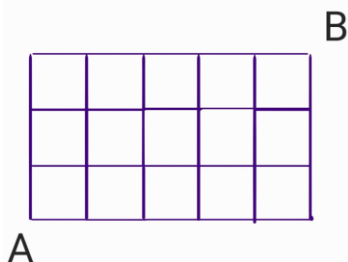
4. Скільки існує рівнобедрених трикутників з вершинами в зображених точках?



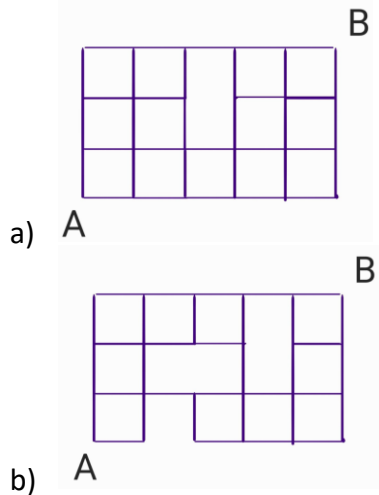
5. Скільки існує пар натуральних чисел (a, b) таких, що їх найменше спільне кратне дорівнює 21600?
6. Скількома способами з чисел 1, 2, 3, ..., 500 можна обрати три різних числа так, щоб вони утворювали арифметичну прогресію?
7. В мене 7 різних ключів: 2 від квартири, 2 від машини та 3 робочих. Я хочу їх розмістити на кільці для ключів так, щоб ключи від квартири були поруч та ключи від машини були поруч. Скількома способами це можна зробити? Якщо один варіант можна одержати з другого поворотом, перегортанням або їх комбінацією, то такі варіанти ми не розрізняємо.

Комбінації.

8. *Базова задача.* Скількома способами можна проїхати з пункту А в пункт В, якщо на кожному перехресті можна їхати або «вправо» або «вгору»?



9. Те саме запитання, тільки тепер деякі дороги закриті.



10. Назвемо трицифрове число «красивим», якщо його середня цифра більша за дві інші. Скільки існує красивих чисел?
11. Назвемо число «змієподібним», якщо його десятковий запис $\overline{a_1 a_2 \dots a_n}$ задовольняє умовам: $a_{2k-1} < a_{2k}$ та $a_{2k} > a_{2k+1}$ для будь-якого значення k . Скільки існує чотирицифрових «змієподібних» чисел, всі цифри яких різні?

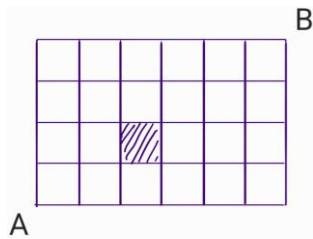
Розрізняємо чи не розрізняємо?

12. Скількома способами можна розкласти
- 5 різних куль в 2 різні ящики;
 - 5 різних куль в 2 однакові ящики;
 - 5 однакових куль в 2 різні ящики;
 - 5 однакових куль в 2 однакові ящики?
13. Скількома способами можна розкласти
- 5 різних куль в 3 різні ящики;
 - 5 різних куль в 3 однакові ящики;
 - 5 однакових куль в 3 різні ящики;
 - 5 однакових куль в 3 однакові ящики?

Принцип включення-виключення

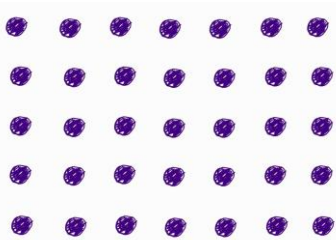
14. Скільки існує шестицифрових чисел, в десятковому запису яких є принаймні одна одиниця, принаймні одна двійка та принаймні одна трійка?
15. Кожен з 15-ти студентів має обрати рівно один спецкурс з 3-х наявних – з математичного аналізу, алгебри чи теорії ймовірностей. Скількома способами вони можуть це зробити за умови, що кожен зі спецкурсів повинен відвідувати хоча б один студент?
16. Квадрат 3×3 поділений на 9 одиничних квадратів. Кожен з цих квадратів фарбується в чорний або білий колір з однаковими ймовірностями. Яка ймовірність того, що в результаті не утвориться квадрат 2×2 повністю білий?

17. Семеро людей домовились, що кожен з них відправить рівно одну листівку комусь з них, причому адресат визначається випадковим чином. Яка ймовірність того, що знайдуться двоє людей, які відправлять листівки один одному?
18. Скількома способами можна пройти з пункту А в пункт В так, щоб дорога пройшла хоча б по одній стороні парку?



Взаємно однозначні відповідності

19. Скількома способами з чисел 1, 2, 3, ..., 500 можна обрати три різних числа так, щоб вони утворювали арифметичну прогресію?
20. На колі відмічені n точок і проведені всі можливі хорди з кінцями в цих точках. Відомо, що жодні три хорди не перетнулись всередині кола. Скільки утворилось трикутників таких, що жодна їх вершина не лежить на колі?
21. Гра *Chomp*.



Двоє грають у гру. На столі лежать 35 печив (5x7). Гравці ходять по черзі. Кожен обирає одне печиво та прибирає зі столу це печиво, а також всі інші, які лежать від цього печива строго праворуч, строго вище та вище і праворуч одночасно. Програє той, хто буде вимушений забрати ліве нижнє печиво. Скільки існує позицій, які можуть утворитись протягом цієї гри?