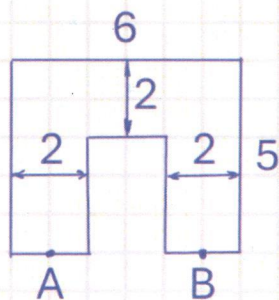


Рухи на площині. Задачі.

1. Всередині паралелограма $ABCD$ взято точку M так, що кути MAD та MCD виявились рівними. Доведіть, що кути MBC та MDC також рівні.
2. Доведіть, що прямі, які проходять через середини сторін вписаного чотирикутника перпендикулярно до протилежних його сторін, перетинаються в одній точці.
3. В трикутник вписано коло та проведені дотичні, паралельні сторонам трикутника. Доведіть, що протилежні сторони шестикутника, що утворився, попарно рівні, а три великі діагоналі перетинаються в одній точці.
4. Дано два концентричні кола. Проведіть пряму так, щоб ці кола відтинали на ній три рівні відрізки.
5. В опуклому чотирикутнику $ABCD$ рівні сторони AB , BC та CD . M – середина сторони AD . Кут BMC прямий. Знайдіть кут між діагоналями чотирикутника.
6. В кімнаті всі стіни дзеркальні. Всі розміри вказані на рисунку. Який найменший шлях має пройти промінь, випущений з точки A , щоб потрапити в точку B ? A і B – середини відповідних відрізків.



7. На сторонах AB , BC , CD та AD відмічені точки M , P , K та Q відповідно. Доведіть, що периметр чотирикутника $MPKQ$ не менший за подвоєну діагональ AC .
8. На сторонах BC та CD квадрата $ABCD$, сторона якого дорівнює a , відмічені точки M і K відповідно так, що площа трикутника AMK дорівнює сумі площ трикутників ABM та ADK . Знайдіть кут MAK .
9. В трикутнику ABC проведено медіану BM . На сторонах AB і BC побудовано квадрати $ABDE$ і $BCFG$. Доведіть, що відрізок BM перпендикулярний до BG .

10. Дано опуклий чотирикутник $ABCD$. Відомо, що всередині чотирикутника існує така точка O , що $OA = OB$, $OC = OD$, кути OAB та COD прями. Точки K , L та M – середини відрізків AB , BC та CD відповідно. Доведіть, що трикутник KLM рівнобедрений та прямокутний.
11. Всередині квадрату $ABCD$ дано точку P таку, що $AP = 1$, $BP = 2$ та $CP = 3$. Знайдіть AB .
-
12. Трикутники ABC та $A_1B_1C_1$ рівні та протилежно орієнтовані. Доведіть, що середини відрізків AA_1 , BB_1 та CC_1 лежать на одній прямій.
13. Дано трикутник ABC . Довільна точка M площини послідовно відображається відносно прямих AB , BC та AC . Її образом при цьому стає точка K , яка залежить від M . Знайдіть множину таких точок M , щоб відстань MK була мінімальною.
14. На площині задано семикутник. Середини його сторін були відмічені, а сам семикутник був стертий. Як його відновити за допомогою циркуля та лінійки?
15. Дано трикутник ABC . Як знайти такі точки M , K та P , щоб трикутники AMK , BMP та CKP були рівносторонніми?