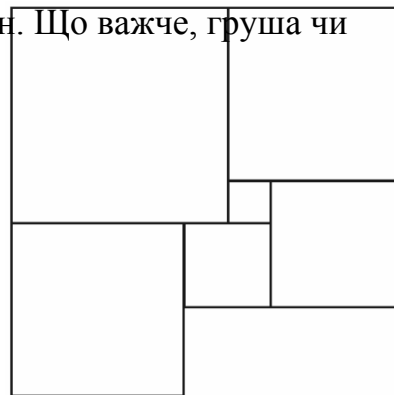


Неоднозначні дані

Нерозрізнені приклади

Щоб довести, що інформації недостатньо для отримання однозначної відповіді, можна побудувати два приклади, які задовольняють усім умовам, але дають різні відповіді.

1. Мандарин легший за грушу, а апельсин важчий за мандарин. Що важче, груша чи апельсин? Обґрунтуйте свою відповідь.
2. У ряд виписано 100 чисел, перше дорівнює 3, а сума будь-яких трьох поспіль дорівнює 100. Чи можна точно дізнатися, чому дорівнює:
 - а) 100-е число?
 - б) 50-е число?
3. Фігура на малюнку складається з квадратів. Чи можна знайти розміри всіх квадратів на малюнку?
4. а) У лісовій школі Сова показала трьом лісовим гномам три блискучі камінці. Вона сказала, що вага одного з них дорівнює рівно третині загальної ваги всіх трьох. Гном Рум'янчик, який завжди хоче виглядати найрозумнішим, вигукнув: «Я можу знайти цей камінь за допомогою наших стародавніх чашкових ваг, навіть без гирь!». Чи не хвастає Рум'янчик?
б) А якби камінців було десять, і один з них мав би вагу, рівну рівно одній десятій загальної ваги всіх камінців, чи зміг би тоді Рум'янчик знайти його за тих самих умов?
5. У темному лісі, в своїй кришталевій печері, Лис Микита має чарівний кристал-куб, у кожному куті якого вставлено дорогоцінне каміння: алмази вагою 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 та 8 каратів. Ніхто не знає, який алмаз куди вставлено. Зустрівши одного разу Івася-мудрагелика, хитрий Лис пропонує йому угоду: «Слухай, козаче, я відкрию тобі таємницю цього куба. Для кожного його ребра я скажу тобі суму ваг двох алмазів, що світяться на його кінцях. Якщо ти, маючи лише ці числа, розгадаєш, яка вага у якому куті куба схована — твоя буде і слава, і сам цей скарб. А якщо хоча б один алмаз не в своєму місці поставиш — візьму твою найціннішу річ: твою зброю розуму — книжку зачарованих завдань.» Чи варто Івасю-мудрагелику приймати виклик хитрого Лиса? Чи зможе він завжди перемогти в цій грі розуму?
6. Усі види рослин однієї країни були пронумеровані поспіль натуральними числами від 2 до 200 (числа йдуть без пропусків і повторень). Для кожної пари видів рослин запам'ятали найбільший спільний дільник їх номерів, а самі номери були забуті (внаслідок збою комп'ютера). Чи можна для кожного виду рослин відновити його номер?
7. Мудрець, відвідавши острів, зустрів двох його мешканців — А і Б. Відомо, що кожен із них може бути або лицарем (який завжди говорить правду), або брехуном (який завжди бреше). Мудрець захотів з'ясувати, хто є хто. Спочатку він запитав у А: «Чи правда, що ви обидва лицарі?» А відповів. Після цієї відповіді мудрець зрозумів, що поки що не може визначити типи А і Б. Тоді він поставив друге питання: «Чи належите ви до одного типу?» (тобто, чи є вони обидва лицарями або обидва брехунами). А знову відповів, і після цього мудрець точно зміг установити, хто є лицарем, а хто брехуном. До якого типу належать А і Б?



Приклади «заднім числом»

Нерозрізнені приклади та контрприкладі можуть будуватися після того, як випробування вже проведено та відповіді дано, з використанням уже отриманої інформації. Цей метод часто застосовується, щоб спростувати припущення про наявність «гарантованого» алгоритму.

8. На площині розташований квадрат, і невидимими чорнилами нанесено точку P . Людина в спеціальних окулярах бачить точку. Якщо провести пряму, то вона відповідає на питання, по яку сторону від неї лежить P (якщо P лежить на прямій, то вона каже, що P лежить на прямій). Потрібно визначити, чи лежить точка P всередині квадрата. Чи можна це точно дізнатися:
 - а) за два запитання?
 - б) за три запитання?
9. Мандрівник відвідав село, кожен житель якого або завжди говорить правду, або завжди бреше. Усі жителі села стали в коло обличчям до центру, і кожен сказав мандрівнику про сусіда праворуч, чи правдивий той. На підставі цих повідомлень мандрівник зміг однозначно визначити, яку частку від усіх жителів складають брехуни. Визначте і ви, чому вона дорівнює.
10. Суду пред'явлено набір із 120 пронумерованих монет. Суд знає, що всі справжні монети важать однаково, фальшиві – теж однаково, але легші за справжні. Адвокат знає, які монети насправді фальшиві. Завдання адвоката: показати суду, скільки є фальшивих монет, не розголошуючи про жодну монету, чи вона фальшива чи справжня. (Адвокат повинен робити зважування на чашкових вагах без гир. Кількість зважувань не обмежена. Заборонені зважування та групи зважувань, з яких логічно виводиться, що конкретна монета фальшива чи справжня.)
 - а) Суд уже встановив, що фальшивих монет 3 або 4. Як адвокату показати, що їх рівно 4?
 - б) Суд уже встановив, що фальшивих монет 0 або 4. Як адвокату показати, що їх рівно 4?
 - в) Суд уже встановив, що фальшивих монет 0, 2 або 4. Як адвокату показати, що їх рівно 4?
 - г) Суд уже встановив, що фальшивих монет 1 або 2. Доведіть, що адвокат не зможе, не порушуючи зобов'язань, переконати суд, що фальшивих монет 1, а не 2.
 - д) Те саме, але всього монет 11. Суд уже встановив, що фальшивих монет 1 або 2. Як адвокату показати, що їх рівно 2?
11. Вчитель загадав число від 1 до 100. Чи можна задати йому шість питань, на які він відповість так чи ні, щоб гарантовано дізнатись яке число він загадав?
12. Серед 10 монет, є одна фальшива, яка важить менше ніж всі інші. Чи можна гарантовано за 2 зважування, знайти цю монету за допомогою чашкових гир?
13. Турнір, в якому брали участь 8 спортсменів, судили 4 арбітри. Кожен грав з кожним по одному разу, і кожен матч судив рівно один арбітр. Після закінчення кожної гри обидва учасники фотографувалися з арбітром. Через рік після турніру була знайдена стопка всіх цих фотографій. Виявилось, що не кожного можна визначити, хто він такий - спортсмен або арбітр. Скільки таких людей може бути?
14. В одиночних камерах сидять 4 друга-математики. Кожному з них повідомили, що їх номери в списку різні, двоцифрові, і один із цих номерів дорівнює сумі трьох інших. Але, навіть дізнавшись номери трьох інших, ніхто з них не зміг обчислити свій номер. То які ж у них були номери?